

### เกร็ดความรู้ : Duration

**Duration** เป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญในการลงทุนในตราสารหนี้เป็นอย่างยิ่ง โดย ศ.ดร.อัญญา ชันชวิทย์ ได้กล่าวไว้ใน การวิเคราะห์การลงทุนในตราสารหนี้ว่า "Duration ของ Macaulay เป็นอายุของกระแสเงินสดตราสาร จะช่วยให้ถ่วงเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักตามมูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสดสำหรับงวดเวลานั้น" ความหมายฟังดูแล้วอาจจะงงๆ ลองดูตัวอย่างประกอบ อาจจะทำให้เข้าใจมากขึ้น (แต่ต้องทบทวนหลักการมูลค่าเงินตามเวลาให้แม่นยำเสียก่อน เนื่องจากตามความหมายที่กล่าวไว้แล้วนั้น เราต้องหามูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสด)

มาถึงจุดนี้ ทวนกันคู่อีกทีก็ได้ ถ้าในอีก 1 ปี ข้างหน้าเราจะได้รับเงิน 100 บาท ปัจจุบันเงินนี้มีมูลค่าเท่าใด ถ้าอัตราผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนต้องการ คือ 10% คิดง่ายๆ ก็คือ

$$\begin{aligned}\text{มูลค่าปัจจุบัน} &= \text{เงินที่จะได้รับในอีก 1 ปี} / (1 + \text{อัตราผลตอบแทน})^1 \\ &= 100 / (1 + 0.10)^1 \\ &= 90.91\end{aligned}$$

อีกกรณีเป็นกรณีที่ลงทุนแล้วได้รับเงิน 100 บาท เช่นกัน แต่ต้องลงทุน 2 ปี จึงจะได้เงิน ปัจจุบันเงินนี้มีมูลค่าเท่าใด ถ้าอัตราผลตอบแทนที่ผู้ลงทุนต้องการ คือ 10%

$$\begin{aligned}\text{มูลค่าปัจจุบัน} &= \text{เงินที่จะได้รับในอีก 2 ปี} / (1 + \text{อัตราผลตอบแทน})^2 \\ &= 100 / (1 + 0.10)^2 \\ &= 82.64\end{aligned}$$

**ตัวอย่าง** คำนวณ Macaulay Duration สำหรับตราสารหนี้อายุ 2 ปี จ่ายดอกเบี้ย 9% ต่อปี ทุกๆครึ่งปี ราคาหน้าตั๋วอยู่ที่ 100 บาท อัตราผลตอบแทนปัจจุบัน (Yield to Maturity) อยู่ที่ 8%

ขั้นตอนแรกเราต้องหากลยุทธ์เงินสดที่ได้รับจากการลงทุนในตราสารหนี้ ซึ่งได้แก่ ดอกเบี้ยและเงินต้นที่จะได้รับคืน ในที่นี้ดอกเบี้ยในแต่ละงวด คือ  $100 * 9\% / 2 = 4.5$  บาทต่องวด ต่อจากนั้นเราจะหามูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสดแต่ละรายการที่เข้ามา และนำเวลาที่กระแสเงินสดนั้นเข้ามาเพื่อนำมาคูณเพื่อเป็นค่าถ่วงน้ำหนักกับมูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสด ดังตาราง

งวดเวลา	กระแสเงินสด	มูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสด	งวดเวลา*มูลค่าปัจจุบัน
1	4.50	$4.50 / (1 + 0.04)^1 = 4.32692$	$1 * 4.32692 = 4.32692$
2	4.50	$4.50 / (1 + 0.04)^2 = 4.16050$	$2 * 4.16050 = 8.32101$
3	4.50	$4.50 / (1 + 0.04)^3 = 4.00048$	$3 * 4.00048 = 12.00145$
4	$4.50 + 100 = 104.50$	$104.50 / (1 + 0.04)^4 = 89.32704$	$4 * 89.32704 = 357.30815$
รวม		101.81495	381.95753

เมื่อเราได้ยอดรวมมูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสดที่ถ่วงน้ำหนักด้วยงวดเวลาแล้วหารด้วยยอดรวมมูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสด ค่าที่ได้นี้จะ เป็น Macaulay Duration แต่ยังคงเป็นหน่วยครึ่งปี(ตามงวดของกระแสเงินสด) ถ้าหากต้องการแปลงค่าเป็นปีทำได้โดยนำค่าที่ได้หารสอง

$$\text{Macaulay Duration (ต่อครึ่งปี)} = 381.95753/101.81495 = 3.75149$$

$$\text{Macaulay Duration (ต่อทั้งปี)} = 3.75149/2 = 1.87574 \text{ ปี}$$

เมื่อเราทราบถึงวิธีการคำนวณดูเรชันกันแล้ว ในสัปดาห์หน้าจะมีการศึกษาถึงประโยชน์และการตีความค่าดูเรชันที่คำนวณได้

หลายคนอาจจะยังไม่เห็นความสำคัญของ Duration เท่าไร เมื่อดูตามคำนิยามคร่าวๆ ก็จะหมายถึงอายุของกระแสเงินสดที่ตราสาร จะจ่ายให้ถ้าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักตามมูลค่าปัจจุบันของกระแสเงินสดสำหรับงวดเวลานั้นแล้วแตกต่างจากอายุคงเหลือของตราสารหนึ่อย่างไร เราดูแค่อายุคงเหลือ หรือ Time to Maturity อย่างเดียวไม่พอ หรือ

เพื่อตอบคำถามข้างบน เราลองมาคิดว่า ตัวเงินคลังอายุ 1 ปี เปรียบเทียบกับพันธบัตรรัฐบาลประเภทจ่ายดอกเบี้ยทุก 6 เดือน อัตราร้อยละ 10 มีอายุคงเหลือ 1 ปี มีมูลค่าที่ตราไว้ 100 บาท จะเห็นว่าตราสารทั้งสองมีอายุคงเหลือเท่ากัน และระดับความเสี่ยงเท่ากัน แต่ตราสารทั้งสองไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้ เนื่องจากตราสารตัวแรก ซึ่งเป็นตัวเงินคลังนั้นจะจ่ายเงินให้ผู้ลงทุน 100 บาทเมื่อสิ้นปีที่ 1 ส่วนพันธบัตรรัฐบาลนั้นจะมีการจ่ายเงินให้ผู้ลงทุน 5 บาทเป็นดอกเบี้ยเมื่อผ่านไป 6 เดือน และเมื่อครบ 1 ปี ผู้ลงทุนจะได้รับเงินอีก 105 บาท เป็นเงินต้นของตราสารบวกด้วยดอกเบี้ย ดังนั้นการเปรียบเทียบตราสารทั้งสองโดยใช้อายุคงเหลือจึงไม่ใช่สิ่งที่ถูกต้องนัก แต่ควรให้น้ำหนักกับกระแสเงินสดที่จะได้รับในแต่ละงวดด้วย

ปัจจุบัน Duration นั้นนอกจากจะตีความตามความหมายตามข้างต้นเพื่อบอกถึงความสำคัญของกระแสเงินสดแต่ละงวดแล้ว ยังถูกนำมาใช้เป็นเครื่องชี้ขนาดของการเปลี่ยนแปลงของราคาเมื่ออัตราผลตอบแทนเปลี่ยนไป ณ ระดับต่างๆ ซึ่งช่วยให้เราประมาณการเปลี่ยนแปลงของราคาได้ง่ายๆ โดยไม่ต้องคิดให้ยุ่งยาก โดย

$$\% \text{ การเปลี่ยนแปลงของราคา} = - \text{Modified duration} \times \text{การเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทน}$$

$$\text{Modified duration (Semiannual payment)} = \text{Macaulay duration in years} / (1 + \text{YTM}/2)$$

จากตัวอย่างที่แล้วตราสารหนึ่อายุ 2 ปี จ่ายดอกเบี้ย 9% ต่อปี ทุกๆครึ่งปี ราคาหน้าตัวอยู่ที่ 100 บาท อัตราผลตอบแทนปัจจุบัน (Yield to Maturity , YTM) อยู่ที่ 8%ต่อปี คำนวณ Macaulay Duration ได้เท่ากับ 1.87574 ปีเราสามารถคำนวณหา Modified Duration ได้จากสูตรข้างต้น Modified Duration = 1.87574/(1+0.08/2) = 1.80360

เมื่อเราทราบ Modified Duration แล้ว เราจะตัวเลขนี้ไปประมาณการเปลี่ยนแปลงของราคา เมื่ออัตราผลตอบแทนเปลี่ยนแปลงไป 0.5% หรือ 0.005

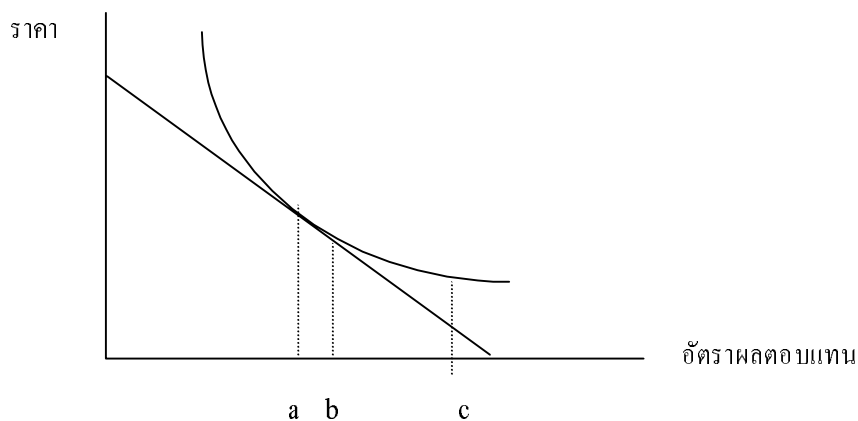
$$\begin{aligned} \% \text{ การเปลี่ยนแปลงของราคา} &= - \text{Modified duration} \times \text{การเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทน} \\ &= -1.80360 \times (+0.005) \\ &= -0.009018 \\ &= -0.9018\% \end{aligned}$$

นั่นคือ จากตัวอย่างปัจจุบันราคาตราสารหนึ่อยู่ที่ 101.81495 บาท และเมื่ออัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้น 0.5% จาก 8% เป็น 8.5% ราคาจะลดลง  $101.81495 \times -0.9018\% = 0.91817$  ดังนั้นราคาใหม่เท่ากับ  $101.81495 - 0.91817 =$

100.89678 บาท ซึ่งหากมีการคำนวณตามกระแสเงินสดแต่ละงวดจริงๆ ที่อัตราผลตอบแทน 8.5% แล้ว จะได้ราคา 100.90215 บาท ซึ่งจะเห็นว่าราคาที่ประมาณจาก Duration นั้นมีค่าผิดพลาดไป 0.00537 บาท ซึ่งค่าที่ผิดพลาดนี้สามารถปรับค่าให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นโดยใช้ Convexity ซึ่งในครั้งหน้าเราจะมีการอธิบายเพิ่มเติมและลองดูตัวอย่างเพิ่มเติมอีกครั้ง ซึ่งจะให้เห็นภาพที่ชัดเจนขึ้นในการนำ Duration ไปใช้งาน

ที่ผ่านมาเราได้ยกตัวอย่างประโยชน์ของ Duration เพื่อใช้ในการประมาณการเปลี่ยนแปลงของราคาเมื่ออัตราผลตอบแทนเปลี่ยนไป ณ ระดับต่างๆ และได้ทิ้งท้ายไว้ว่าค่าที่ได้ยังมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงอยู่ ซึ่งค่าที่ผิดพลาดนี้สามารถปรับค่าให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นโดยใช้ Convexity

ค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้เกิดขึ้นเนื่องจากการประมาณค่าโดยใช้ดูเรชั่นนั้นเป็นการประมาณการความสัมพันธ์ระหว่างราคาและอัตราผลตอบแทนในลักษณะเส้นตรง แต่ในความเป็นจริงจากที่เราได้ทราบแล้วในเรื่องคุณสมบัติของราคาตราสารหนี้ว่าความสัมพันธ์ระหว่างราคาและอัตราผลตอบแทนนั้นมีลักษณะเป็นโค้งแบบคอนเวกซ์เข้าหาจุดกำเนิด การประมาณการจึงมีความคลาดเคลื่อน และยังคลาดเคลื่อนมากขึ้นถ้าอัตราผลตอบแทนเปลี่ยนแปลงเป็นปริมาณมาก ลองพิจารณาจากรูปจะทำให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น



ถ้าอัตราผลตอบแทนปัจจุบันอยู่ที่ระดับ a และมีการปรับเพิ่มขึ้นเป็น b โดยให้มีการเคลื่อนไหวเพิ่มขึ้นเพียง 0.1% หรือ 10 bp. จะพบว่าค่าที่ได้จากเส้นความสัมพันธ์ที่เป็นเส้นโค้งกับการประมาณการจากเส้นตรงนั้นได้ราคาใกล้เคียงกันมาทั้งการพิจารณาจากกราฟและพิจารณาเชิงตัวเลข (ซึ่งขอใช้ตัวอย่างเดิมก่อน คือ ตราสารหนี้อายุ 2 ปี จ่ายดอกเบี้ย 9% ต่อปี ทุกๆครึ่งปี ราคาหน้าตั๋วอยู่ที่ 100 บาท อัตราผลตอบแทนปัจจุบัน (Yield to Maturity, YTM) อยู่ที่ 8%ต่อปี จะได้ค่า Modified Duration = 1.80360)

$$\begin{aligned}
 \% \text{ การเปลี่ยนแปลงของราคา} &= - \text{Modified duration} \times \text{การเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทน} \\
 &= -1.80360 \times (+0.001) \\
 &= -0.0018036 \\
 &= -0.18036 \%
 \end{aligned}$$

นั่นคือ จากตัวอย่างปัจจุบันราคาตราสารหนี้นี้อยู่ที่ 101.81495 บาท และเมื่ออัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้น 0.1% จาก 8% เป็น 8.1% ราคาจะลดลง  $101.81495 \times -0.18036\% = 0.18363$  ดังนั้นราคาใหม่เท่ากับ  $101.81495 - 0.18363 = 101.63132$  บาท ซึ่งหากมีการคำนวณตามกระแสเงินสดแต่ละงวดจริงๆ ที่อัตราผลตอบแทน 8.1% แล้ว จะได้ราคา 101.63153 บาท ซึ่งจะเห็นว่าราคาที่ประมาณจาก Duration นั้นมีค่าผิดพลาดไปเพียง 0.00021 บาท หรือ 0.000206%

เท่านั้น ซึ่งเป็นค่าที่น้อยมาก แต่ถ้าหากถ้าอัตราผลตอบแทนปัจจุบันอยู่ที่ระดับ a และมีการปรับเพิ่มขึ้นเป็น c ซึ่งการเคลื่อนไหวเพิ่มขึ้นนี้มีค่าค่อนข้างมาก สมมติให้เท่ากับ 1% หรือ 100 bp. จะพบว่าค่าที่ได้จากเส้นความสัมพันธ์ที่เป็นเส้นโค้งกับการประมาณการจากเส้นตรงนั้นมีค่าห่างกันมากพอสมควร ซึ่งเราสามารถคำนวณได้จากสมการข้างต้น ค่าที่ได้จากการใช้ Duration ไปประมาณการราคาจะอยู่ที่ 99.97862 บาท แต่ถ้าหากมีการคำนวณตามกระแสเงินแต่ละงวดจริงๆ ที่อัตราผลตอบแทน 9% แล้ว จะได้ราคา 100 บาท ซึ่งจะเห็นว่าราคาที่ประมาณจาก Duration นั้นมีค่าผิดพลาดไป 0.02138 บาท หรือ 0.021% ซึ่งค่าที่ผิดพลาดนี้สามารถปรับค่าให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นโดยใช้ Convexity

เราจะพบว่าการใช้อัตราผลตอบแทนเพิ่มขึ้น ราคาที่ประมาณการโดยใช้ Duration จะลดลงมากกว่าที่ควรจะเป็น หรือ Overestimate price decline และถ้าหากอัตราผลตอบแทนลดลง ราคาที่ประมาณการโดยใช้ Duration จะเพิ่มขึ้นน้อยกว่าที่ควรจะเป็น หรือ Underestimate price increase

Convexity คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันของกราฟ โดย Convexity เป็นอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของสมการราคาของตราสารหนี้ และเป็นตัววัดความโค้งของเส้นกราฟความสัมพันธ์ของราคาและอัตราผลตอบแทน เราขอจบเนื้อหาในสัปดาห์นี้ไว้ที่คำนิยามของ Convexity แล้วในครั้งหน้าเราจะมาดูวิธีการคำนวณและการนำค่า Convexity ไปช่วยในการปรับค่าการประมาณราคาให้มีความถูกต้องมากขึ้น